

Лекция 10 «Режимы движения реальной жидкости»

Цель: Дайте характеристику основным режимам движения реальной жидкости. Опишите распределение скоростей и расход жидкости при установившемся ламинарном потоке. Приведите физический смысл закона Стокса.

Краткий конспект лекции: Рядом исследователей (Хагеном – в 1869 г., Менделеевым – в 1880 г., Рейнольдсом – в 1883 г.) было замечено, что существует два принципиально разных режима движения жидкости. Наиболее полно этот вопрос был исследован Рейнольдсом на приборе, изображенной на рис. 1. К сосуду **1**, в котором поддерживается постоянный уровень воды, присоединена горизонтальная стеклянная труба **2**. В эту трубу по ее оси через капиллярную трубку **3** вводится тонкая струйка окрашенной воды (индикатор). При небольшой скорости воды в трубе **2** окрашенная струйка вытягивается в горизонтальную нить, которая, не размываясь, достигает конца трубы (рис. 1, *а*). Это свидетельствует о том, что пути частиц прямолинейны и параллельны друг другу. Такое движение, при котором все частицы жидкости движутся по параллельным траекториям, называют *струйчатым*, или *ламинарным*.

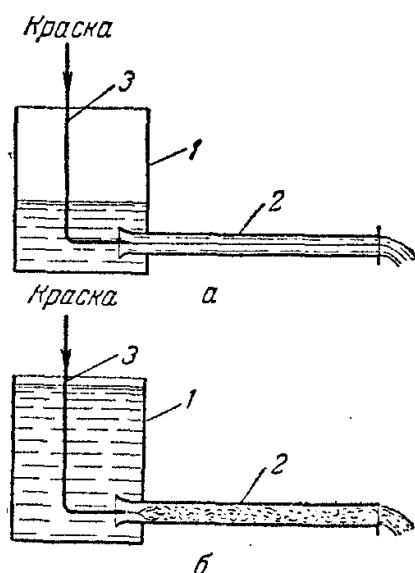


Рис. 1. Опыт Рейнольдса: а – ламинарное движение;
б – турбулентное движение

Если скорость воды в трубе **2** увеличивать сверх определенного предела, то окрашенная струйка сначала приобретает волнообразное движение, а затем начинает размываться, смешиваясь с основной массой воды. Это объясняется тем, что отдельные частицы жидкости движутся уже не параллельно друг другу и оси трубы, а перемешиваются в поперечном направлении (рис. 1, *б*).

Такое неупорядоченное движение, при котором отдельные частицы жидкости движутся по запутанным, хаотическим траекториям, в то время как вся масса жидкости в целом перемещается в одном направлении, называют *турбулентным*.

В турбулентном потоке происходят пульсации скоростей, под действием которых частицы жидкости, движущиеся в главном (осевом) направлении, получают также поперечные перемещения, приводящие к интенсивному перемешиванию потока по

сечению и требующие соответственно большей затраты энергии на движение жидкости, чем при ламинарном потоке.

Экспериментально установлено, что переход от ламинарного режима к турбулентному зависит не только от скорости потока w , но и от физических свойств жидкости: вязкости μ или ν и плотности ρ , и определяющего геометрического размера – диаметра трубы d . Поток ускоряется с увеличением w , ρ , d и уменьшением μ . Безразмерный комплекс $w\rho d/\mu$, в который входят перечисленные величины, позволяет по его значению судить о режиме движения жидкости. Этот комплекс называют *числом (критерием) Рейнольдса* и обозначают Re :

$$Re = w\rho d/\mu = wd/\nu. \quad (1)$$

Значение числа Рейнольдса для условий перехода от ламинарного режима движения жидкости к турбулентному называют критическим. При движении жидкости по прямым гладким трубам $Re_{кр} = 2300$. При $Re < 2300$ режим движения жидкости будет ламинарным, а при $Re > 2300$ – турбулентным. Однако при $2300 < Re < 10000$ режим движения жидкости еще неустойчиво турбулентный; эту область значений Re часто называют *переходной*. Поэтому считают, что устойчивый (развитый) турбулентный режим при движении жидкостей по прямым гладким трубам устанавливается при $Re > 10000$.

В случае, если жидкость движется по каналу (трубопроводу, аппарату) сложной конфигурации, при расчете Re вместо d используют гидравлический радиус r_r или эквивалентный диаметр $d_э$.

Под гидравлическим радиусом r_r понимают отношение площади сечения S потока к смоченному периметру Π канала (трубопровода):

$$r_r = S/\Pi. \quad (2)$$

Для круглой трубы

$$r_r = \pi d^2/(4\pi d) = d/4. \quad (3)$$

Диаметр, выраженный через гидравлический радиус, называют эквивалентным [1,2]:

$$d = d_э = 4r_r. \quad (4)$$

Распределение скоростей и расход жидкости при установившемся ламинарном потоке

В случае ламинарного движения вязкой жидкости в прямой трубе круглого сечения всю жидкость можно мысленно разбить на ряд кольцевых слоев, соосных с трубой (рис. 2).

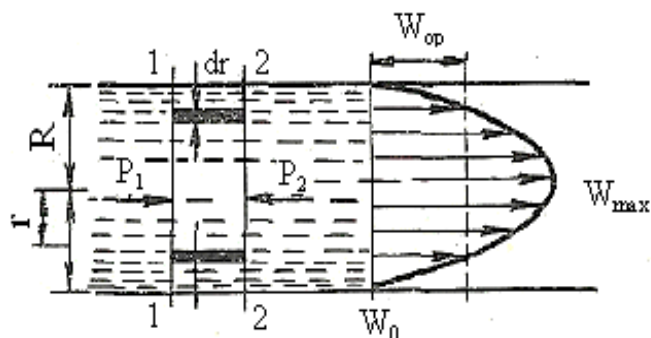


Рис. 2. Распределение скоростей при ламинарном режиме движения жидкости

Вследствие действия между слоями сил трения слои будут двигаться с неодинаковыми скоростями. Центральный цилиндрический слой у оси трубы имеет максимальную скорость, по мере удаления от оси, скорость элементарных кольцевых слоёв будет уменьшаться. Непосредственно у стенки жидкость как бы «прилипает» к стенке, и ее скорость здесь обращается в нуль.

Выделим в потоке жидкости, ламинарно движущейся по трубе с радиусом R , цилиндрический слой длиной l и радиусом r . Движение слоя происходит под действием сил давления P_1 и P_2 с обеих торцевых сторон цилиндра: $P_1 - P_2 = (p_1 - p_2) = \pi r^2$, где p_1, p_2 – гидростатические давления в сечениях 1–1 и 2–2.

Движению цилиндра оказывает сопротивление сила внутреннего трения, для которой, согласно закону Ньютона, справедливо выражение

$$S = -\mu 2\pi r \frac{dw_r}{dr}, \quad (5)$$

где $2\pi r$ – наружная поверхность цилиндра, μ – динамический коэффициент вязкости жидкости, w_r – скорость движения жидкости вдоль оси цилиндра на расстоянии r от оси.

Знак минус указывает на убывание скорости с увеличением радиуса r (при $r = R$ величина $w_r = 0$).

В соответствии с законами динамики для установившегося движения можно написать уравнение:

$$P_1 = P_2 + S \quad (6)$$

или

$$p_1 r^2 \pi = p_2 r^2 \pi - \mu 2\pi r l \frac{dw_r}{dr}, \quad (7)$$

откуда, после сокращения и разделения переменных, получим

$$\frac{\Delta p}{2\mu l} r dr = -dw_r, \quad (8)$$

где $\Delta p = p_1 - p_2$.

Переходя ко всему объему жидкости в трубе, проинтегрируем это дифференциальное уравнение, учитывая, что радиус в левой части уравнения изменяется от r до $r = R$, а переменная скорость в правой части – от $w = w_r$ до $w = 0$ (у стенки, где $r = R$):

$$\frac{\Delta p}{2\mu l} \int_r^R r dr = - \int_{w_r}^0 dw_r \quad (9)$$

Тогда

$$w_r = \frac{\Delta p}{4\mu l} (R^2 - r^2). \quad (10)$$

Скорость имеет максимальное значение на оси трубы, где $r = 0$:

$$w_{\max} = \frac{\Delta p}{4\mu l} R^2. \quad (11)$$

Сопоставляя выражения (10) и (11) находим

$$w_r = w_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right). \quad (12)$$

Уравнение (12) представляет собой закон Стокса, *выражающий параболическое распределение скоростей в сечении трубопровода при ламинарном движении*. Согласно этому закону скорость течения жидкости у стенки трубы равна нулю и максимальна по оси трубы.

Для определения расхода жидкости при ламинарном движении рассмотрим элементарное кольцевое сечение (рис. 1) с внутренним радиусом r и внешним радиусом $(r + dr)$, площадь которого равна $dS = 2\pi r dr$. Объемный расход жидкости через это сечение составляет:

$$dV_c = w_r dS = w_r 2\pi r dr, \quad (13)$$

или с учетом уравнения (10)

$$dV_c = \frac{P_1 - P_2}{4\mu l} (R^2 - r^2) 2\pi r dr. \quad (14)$$

Интегрируя последнее уравнение, получим общий расход жидкости через трубу:

$$V_c = \frac{P_1 - P_2}{4\mu l} \int_0^R (R^2 - r^2) 2\pi r dr = \frac{P_1 - P_2}{4\mu l} \left(2\pi R^2 \int_0^R r dr - 2\pi \int_0^R r^3 dr \right) = \frac{P_1 - P_2}{8\mu l} \pi R^4. \quad (15)$$

Подставляя вместо R диаметр трубы $d = 2R$ и обозначая $(p_1 - p_2) = \Delta p$, окончательно находим

$$V_c = \frac{\pi d^4 \Delta p}{128 \mu l}. \quad (16)$$

Уравнение (15) или (16), определяющее расход жидкости при ее ламинарном движении по круглой прямой трубе, носит название уравнение Пуазейля.

Соотношение между средней скоростью w и w_{\max} можно получить, сопоставив значение V_c из уравнений (15) и (16):

$$V_c = wS = w\pi R^2 \quad (17)$$

$$\pi R^2 w = \frac{p_1 - p_2}{8\mu l} \pi R^4 \quad (18)$$

откуда

$$w = \frac{p_1 - p_2}{8\mu l} R^2. \quad (19)$$

Сравнивая уравнения (10) и (19), находим

$$w = \frac{w_{\max}}{2}. \quad (20)$$

Таким образом, при ламинарном потоке в трубе средняя скорость жидкости равна половине скорости по оси трубы [1-3].

Вопросы для самоконтроля:

1. Дайте характеристику основным режимам движения реальной жидкости.
2. Опишите распределение скоростей и расход жидкости при установившемся ламинарном потоке.
3. Приведите физический смысл закона Стокса.

Литература

1. Лекции по курсу «Основные процессы и аппараты химической технологии»: учебно-методическое пособие / составители: Ж.Т. Ешова, Д.Н. Акбаева. – Алматы: Қазақ университеті, 2017. – 392 с.
2. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. – М.: Химия, 1973. – 752 с.
3. Романков П.Г., Фролов В.Ф., Флисюк О.М. Методы расчёта процессов и аппаратов химической технологии (примеры и задачи). – Санкт-Петербург: ХИМИЗДАТ, 2009. – 544 с.